Maths 104 CC03 VEN 30/09/2022

10 min Calculatrice mode EXAM

Exercice 1 [5 points]

Résoudre dans $\mathbb{R}$: $-3x^2 + 7x - 2 = 0$

Exercice 2 [5 points]

Résoudre dans $\mathbb{R}$: $\frac{1}{4}x^2 + 25 = 5x$

Exercice 3 [4 points]

Résoudre dans $\mathbb{R}$: $x^2 - 3x + 5 = 0$.

Exercice 4 [6 points]

Soit f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = -x^2 + 8x + 1$.

Étudier le sens de variation de f puis dresser le tableau de variation de f.

Corrigé

Exercice 1

Résoudre dans $\mathbb{R}$: $-3x^2 + 7x - 2 = 0$.

$-3x^2 + 7x - 2 = 0$ est de la forme $ax^2 + bx + c = 0$ avec $a = -3$, $b = 7$ et $c = -2$, de discriminant :

$$\Delta = b^2 - 4ac = 7^2 - 4(-3)(-2) = 49 - 24 = 25$$

$\Delta > 0$ donc l'équation admet deux solutions réelles distinctes :

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-7 - \sqrt{25}}{2(-3)} = \frac{-7 - 5}{-6} = \frac{-12}{-6} = +2$$

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2A} = \frac{-7 + \sqrt{25}}{2(-3)} = \frac{-7 + 5}{-6} = \frac{-2}{-6} = +\frac{1}{3}$$

L'équation admet pour solutions : $\frac{1}{3}$ et 2.

Exercice 2

Résoudre dans $\mathbb{R}$: $\frac{1}{4}x^2 + 25 = 5x$.

$$\frac{1}{4}x^2 + 25 = 5x \Leftrightarrow \frac{1}{4}x^2 + 25 - 5x = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{4}x^2 - 5x + 25 = 0$$

Cette dernière équation est de la forme $ax^2 + bx + c = 0$ avec $a = \frac{1}{4}$, $b = -5$ et $c = 25$, de discriminant :

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-5)^2 - 4\left(\frac{1}{4}\right)(25) = 25 - 25 = 0$$

$\Delta = 0$ donc l'équation admet une seule solution :

$$x_0 = \frac{-b}{2a} = \frac{+5}{2\left(\frac{1}{4}\right)} = \frac{5}{\frac{1}{2}} = 5 \times \frac{2}{1} = 10$$

L'équation $\frac{1}{4}x^2 + 25 = 5x$ admet une seule solution : 10.

Exercice 3

Résoudre dans $\mathbb{R}$: $x^2 - 3x + 5 = 0$.

$x^2 - 3x + 5 = 0$ est de la forme $ax^2 + bx + c = 0$ avec $a = 1$, $b = -3$ et $c = 5$, de discriminant :

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-3)^2 - 4(1)(5) = 9 - 20 = -11$$

$\Delta < 0$ donc l'équation n'admet pas de solution dans $\mathbb{R}$.

Exercice 4

Soit f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = -x^2 + 8x + 1$.
Étudier le sens de variation de f.

$f(x) = -x^2 + 8x + 1$ est de la forme $f(x) = ax^2 + bx + c$ avec $a = -1$, $b = 8$ et $c = 1$.

On a :

$$\alpha = \frac{-b}{2a} = \frac{-8}{2(-1)} = \frac{-8}{-2} = +4$$

$$\beta = f(\alpha) = f(4) = -(4)^2 + 8(4) + 1 = -16 + 32 + 1 = 17$$

$a = -1$, $a < 0$ donc :

f est strictement croissante sur $]-\infty; \alpha]$ i.e. sur $]-\infty; 4]$,

f est strictement décroissante sur $[\alpha\,; +\infty[$ i.e. sur $[4\,; +\infty[$.

On obtient finalement :

x	$-\infty$	$\alpha = 4$	$+\infty$
Sens de variation de f	$\nearrow$	$\beta = 17$	$\searrow$